بررسی اثر مکان شعله بر دمای شعله در احتراق ابر ذرات جریان پیش‌مخلوط متقابل*

(یادداشت پژوهشی)

مهدی بیدآبادی[۱]   علی اسماعیل نژاد[۲]   یسنا پورمحمد[۳]

چکیده *در این بررسی تحلیلی، انتشار شعله میان ابر ذرات یک جریان متقابل پیش‌مخلوط همگن دو جزئی، متشکل از ذرات سوخت و هوا مطالعه خواهد شد. این مطالعه در چارچوب یک مدل نفوذی حرارتی با فرض عدد لوییس واحد و نرخ کرنش ثابت است. پروفیل سرعت تابعی از یک متغیر مانند x فرض شده است. ساختار شعله به سه ناحیهٔ پیش گرم-تبخیر، نازک حدی واکنش و پس از واکنش تقسیم می‌شود. عدد زلدویچ بزرگ انتخاب شده و از اتلاف‌های حرارتی صرف‌نظر شده است. این آنالیز تغییرات دمای شعله براساس مکان شعله را نتیجه می‌دهد. پروفیل دما برای نرخ کرنش‌های متفاوت در جریان متقابل ابر ذرات نیز موجود است که این نتایج با دیدگاه‌های تجربی و عددی احتراق ذرات موافقت دارد.*

واژه‌های کلیدی احتراق ابر ذرات، جریان متقابل، مکان شعله، نرخ کرنش، دمای شعله.

Investigation of Flame Location Effect on Flame Temperature in Premixed Counterflow Combustion of Particle-Cloud

M. Bidabadi   A. Esmaeilnejad   Y. Pourmohammad

Abstract *The premixed counterflow flames propagation in combustion of mixture which is a uniform mixture of fuel particles and air is analytically studied. This analysis framework is based on thermal-diffusion model with assumption that the Lewis number is unit and the strain rate is constant. Velocity profile is assumed as a function of one variable like x. The structure of the flame is presumed to consist of three zones: preheat-vaporization zone, reaction zone and convection zone. The Zeldovich number, based on the gas-phase oxidation of the gaseous fuel is large, and heat loss is neglected. This analysis leads to variation of the flame temperature based on the flame location. Temperature profiles for different strain rates are also available, which is congruent with experimental and numerical standpoints of particles combustion.*

Key Words Particle-Cloud, Counterflow, Combustion, Flame Location, Flame Temperature.

---

*تاریخ دریافت مقاله ۹۱/۳/۹ و تاریخ پذیرش آن ۹۲/۹/۲۴ می‌باشد.

(۱) استاد، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران.

(۲) دانشجوی دکترا، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران.

(۳) نویسندهٔ مسئول: دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران.

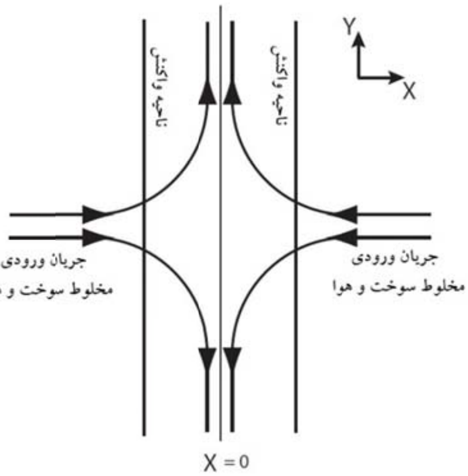
yasnapourmohammad@mecheng.iust.ac.ir

مقدمه

در دهه‌های اخیر، پیکربندی جریان متقابل با وسعت زیاد به‌صورت مطالعات تئوری، تجربی و آزمایشگاهی توسعه داده شده است و به‌شکل تحقیق برروی اثرات عوامل فیزیکی مختلف مانند نرخ کرنش، نفوذ، تشعشع و سینتیک شیمیایی بر روی شعله واقعی می‌باشد. از آن‌جا که در بسیاری از کاربردهای عملی میدان جریان به طرز محسوسی دارای کشیدگی و کرنش می‌باشد، به‌منظور پیش‌بینی واقع‌بینانه‌تر رفتار شعله، پیکربندی جریان متقابل می‌تواند مناسب باشد. در واقع به‌کمک این پیکربندی می‌توان بسیاری مسائل صنعتی مرتبط با احتراق، مانند نحوهٔ اثرگذاری فاصلهٔ شعله‌ها از یکدیگر و یا فاصلهٔ شعله از دیوارهٔ آدیاباتیک، بر روی دمای شعله را پاسخ داد. مثال‌هایی که در ارتباط با این کار می‌باشند، مطالعات یک‌بعدی جفت–شعله را شامل می‌شوند. یک مسألهٔ بسیار مهم در احتراق جریان متقابل محاسبهٔ محدودهٔ اشتعال‌پذیری [1-5] و بررسی دوبعدی لبه شعله‌های پیش‌مخلوط در این پیکربندی می‌باشد [6-9]. تاکنون، انتشار شعله از میان ابر ذرات لایکوپدیوم به‌صورت تجربی و تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته [10-13] ولی احتراق جریان متقابل تنها برای گازها مورد بررسی قرار گرفته است [14,15]. با توجه به کمبود پژوهش در زمینهٔ احتراق جریان متقابل ذرات خصوصاً ذرات ارگانیک، فرضیات و فرمول‌بندی‌های ارائه شده در این پژوهش می‌تواند به‌عنوان یک مبنا، خصوصاً برای بررسی اثر نفوذ، نرخ کرنش و مکان شعله در احتراق جریان متقابل ابر ذرات ارگانیک مورد استفاده قرار گیرد.

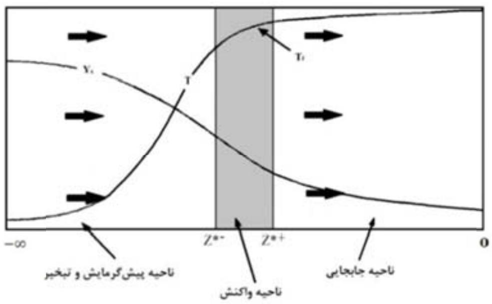
معرفی مسأله

در این پژوهش حل یک‌بعدی اساس کار قرار گرفته و فرض شده‌است که شرایط مرزی برای حل دوبعدی در فاصلهٔ دوردست از جریان بالادست و پایین‌دست قرار دارد [14]. احتراق ذرات (لایکوپدیوم) در جریان متقابل همان‌گونه که در شکل (۱) نشان داده شده است، قالب‌بندی شده است. پیکربندی مورد بررسی شامل جفت–شعلهٔ مسطح می‌باشد.



شکل ۱ صورت نمادین ساختار احتراق در جریان متقابل

در این بررسی فرض شده است که ذرات سوخت در ابتدا تبخیر می‌شوند تا سوخت گازی با ساختار شیمیایی مشخص را تولید کنند و آن‌ها متعاقباً در فاز گازی اکسید می‌گردند. تحلیل موجود در محدودهٔ مجانبی(Asymptotic) صورت پذیرفته است و مقدار مشخصهٔ عدد زلدویچ بر پایهٔ اکسایش فاز گازی بزرگ و مقدار $\emptyset_u \geq 1.0$ (که $\emptyset_u$ نسبت هم‌ارزی بر پایهٔ سوخت در دسترس در ذرات سوخت می‌باشد)، در نظر گرفته شده است [13]. ساختار شعله شامل سه ناحیه است. یک ناحیه پیش‌گرمایش تبخیری که در آن نرخ واکنش شیمیایی فاز گازی کوچک است؛ یک ناحیهٔ واکنش که در آن جابه‌جایی و نرخ تبخیر ذرات سوخت اندک می‌باشد و هم‌چنین یک ناحیه جابه‌جایی که در آن نرخ ترم‌های نفوذ در معادلات بقا کوچک است. نحوهٔ این تقسیم‌بندی در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۲ نحوهٔ تقسیم‌بندی نواحی

مدل مورد بررسی به‌صورت پایا، یک‌بعدی و شعله تخت انتشار یافته در مخلوط احتراقی شامل مخلوط یکنواخت ذرات سوخت فرار درون هوا می‌باشد. مقدار اولیهٔ چگالی ذرات، n_u (تعداد ذرات در واحد حجم)، شعاع اولیه و r_u معلوم فرض شده‌اند. از همه نیروهای خارجی شامل اثرات گرانش و غیره، چشم‌پوشی شده است. هم‌چنین قابل ذکر است که نفوذ در اثر گرادیان فشار نادیده گرفته شده و از اثر سورت-دوفور صرف‌نظر شده است. انتقال حرارت در اثر تشعشع همواره نقش مهمی را در انتشار شعله ایفا می‌کند [1-3,17,18]، اما به‌دلیل این‌که نرخ شار فرسایشی محلی تشعشع متناسب با مقدار محلی چگالی عددی (n_s) و شعاع ذره(r) می‌باشد، انتقال توسط این مکانیزم می‌تواند به‌نحوی گسترش یابد که برای مقادیر اندک n_s و وقتی $\frac{r_f}{r_u} \ll 1$ است کوچک باشد، که در آن r_f شعاع ذرات سوخت در ناحیه واکنش است. دقیقاً بیان می‌شود که تحلیل تنها تحت این شرط کاربردی می‌باشد[13]. فرآیند واکنش به‌صورت یک واکنش کلی تک مرحله‌ای است به‌صورت:

$$v_F[F] + v_{O_2}[O_2] \rightarrow v_{prod}[P]$$

که در آن علامت‌های F ، O_2و P به‌ترتیب نماد سوخت، اکسیژن و فرآورده‌ها و کمیات v_F ، v_{O_2} و v_{prod} نیز نشان‌دهندهٔ ضرایب استوکیومتری نسبی آن‌ها می‌باشند.

معادلات حاکم

معمولاً برای گازها پروفیل سرعت جریان متقابل به‌صورت $u = (ax, -ay)$ فرض می‌شود [14,16]، که a نرخ کرنش و دارای بعد می‌باشد. برای احتراق ذرات به‌دلیل تغییرات چگالی و با توجه به معادلات (۲ و ۱) می‌توان پروفیل سرعت را به‌صورت معادلهٔ (۳) بیان کرد. در جریان یک‌بعدی، با فرض ثابت بودن نرخ کرنش [19]:

$$2a = -\frac{1}{\rho}\frac{d(\rho u)}{d\acute{x}} \qquad (۱)$$

$$x = \int_0^x \frac{\rho}{\rho_u}\, d\acute{x} \qquad (۲)$$

و با ترکیب دو معادلهٔ فوق و حل آن خواهیم داشت:

$$-2\rho_u ax = \rho u \qquad (۳)$$

معادله‌های حاکم به‌صورت زیر می‌باشند:

$$-2\rho_u axC\frac{dT}{dx} = \lambda_u\frac{d^2T}{dx^2} + w_F\frac{\rho_u}{\rho}Q - w_v\frac{\rho_u}{\rho}Q_v \qquad (٤)$$

$$-2\rho_u ax\frac{dY_F}{dx} = \rho_u D_u\frac{d^2Y_F}{dx^2} - w_F\frac{\rho_u}{\rho} + w_v\frac{\rho_u}{\rho} \qquad (٥)$$

$$\rho T = \text{const} \qquad (٦)$$

ناحیهٔ نازک واکنش در $x = x^*$ فرض شده است و در معادلات (٦-١) ، ρ نشان دهندهٔ چگالی، u نشان‌دهندهٔ سرعت جریان، Y_F نشان‌دهندهٔ کسر جرمی سوخت، w_F نشان‌دهندهٔ نرخ واکنش می‌باشد که واحد جرم سوخت گازی در حجم واحد و واحد زمان است.

$$C = C_P + \frac{4\pi r^3 C_s\rho_s n_s}{3\rho} \qquad (٧)$$

معادلهٔ بقای کسر جرمی ذرات، Y_s، با صرف‌نظر از اثر نفوذ به‌صورت زیر می‌باشد:

$$-2\rho_u ax\frac{dY_s}{dx} = -w_v\frac{\rho_u}{\rho} \quad (8)$$

شرایط مرزی معادلات (۸، ۵، ٤) به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases} x = -\infty \to Y_F = 0\,, T = T_u\,, Y_s = Y_{Fu} \\ x = 0 \quad \to Y_F = \text{finite}\,, T = T_b \end{cases} \quad (9)$$

که در آن T_b دمای آدیاباتیک نهایی شعله و Y_{fu} نشان‌دهندهٔ کسر جرمی سوخت در دسترس در درون ذره می‌باشد. به‌دلیل آن‌که نرخ تبخیر با افزایش T افزایش می‌یابد، می‌توان انتظار این پدیده را نزدیک ناحیهٔ واکنش داشت که بنابراین، برای $(T_f - T_u)/T_u \gg 1$ نرخ تبخیر را می‌توان متناسب با $(T - T_u)^n$ به‌شکل زیر در نظر گرفت:

$$w_v = An_s 4\pi r^2 (T - T_u)^n \quad (10)$$

$$Q = \frac{C(T_f - T_u)}{Y_{Fc}} \quad (11)$$

روابط مورد استفاده برای بی‌بعدسازی معادلات بقا عبارتند از:

$$\theta = \frac{T-T_u}{T_f-T_u}\ ,\ \ y_F = \frac{Y_F}{Y_{Fc}}\ ,\ \ y_s = \frac{Y_s}{Y_{Fc}}\ ,\ \ z = \sqrt{\frac{\rho_u aC}{\lambda_u}}x \quad (12)$$

$$\omega = \frac{w_F}{\rho_u aY_{Fc}} \quad (13)$$

$$\gamma = \frac{4.836An_u^{1/3}(T_f - T_u)^n}{\rho_u^{1/3}aY_{Fc}^{1/3}\rho_s^{2/3}} \quad (14)$$

$$q = \frac{Q_v}{Q} \quad (15)$$

$$y_s = \frac{4\pi r^3 n_s \rho_s}{3\rho Y_{Fc}} \quad (16)$$

$$L_e = \frac{\lambda}{\rho CD} = 1 \quad (17)$$

با جای‌گذاری ترم دمای بی‌بعد در معادله (۱۰) داریم:

$$w_v = An_s 4\pi r^2 \theta^n (T_f - T_u)^n \quad (18)$$

در نهایت با استفاده از معادلات (۱۸-۱۱) معادلات بقای بی‌بعد شده (۲۱-۱۹) به‌دست می‌آیند:

$$-2z\frac{d\theta}{dz} = \frac{d^2\theta}{dz^2} + \omega\,\frac{\rho_u}{\rho} - {y_s}^{2/3}\,\gamma\theta^n q \quad (19)$$

$$-2z\frac{dy_F}{dz} = \frac{d^2y_F}{dz^2} - \omega\frac{\rho_u}{\rho} + \gamma\theta^n {y_s}^{2/3} \quad (20)$$

$$2z\frac{dy_s}{dz} = \gamma {y_s}^{2/3}\theta^n \quad (21)$$

شرایط مرزی برای معادلات (۲۱-۱۹) عبارتند از:

$$\begin{aligned} z \to 0 \quad & \begin{cases} \theta = \theta_b = \dfrac{T_b - T_u}{T_f - T_u} \\ y_f = \text{finite} \end{cases} \\ z \to -\infty \quad & \begin{cases} \theta = 0 \\ y_f = 0 \\ y_s = \alpha = \dfrac{Y_{Fu}}{Y_{Fc}} \end{cases} \end{aligned} \quad (22)$$

حل معادلات بی‌بعد

در این تحلیل کمیت q که نشان‌دهندهٔ نرخ گرمای مورد نیاز برای تبخیر ذرات سوخت می‌باشد به نسبت گرمای آزاد شده در شعله بسیار کوچک فرض شده است. اگر θ^0 نشان‌دهندهٔ دمای بی‌بعد برای $q = 0$ باشد، سپس معادلات (۲۱-۱۹) با این فرض به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$-2z\frac{d\theta^0}{dz}=\frac{d^2\theta^0}{dz^2}+\omega\,\frac{\rho_u}{\rho}$$
$$-2z\frac{dy_F}{dz}=\frac{d^2y_F}{dz^2}-\omega\frac{\rho_u}{\rho}+\gamma{\theta^0}^n{y_s}^{2/3} \qquad (۲۳)$$
$$2z\frac{dy_s}{dz}=-\gamma{y_s}^{2/3}{\theta^0}^n$$

حل مجانبی(Asymptotic) معادلات (۲۳) نشان خواهد داد که وقتی عدد زلدویچ به‌سمت بی‌نهایت میل کند ($Ze\to\infty$) آن‌گاه γ از مرتبهٔ ۱ ($\gamma=O(1)$) خواهد بود. تعریف عدد زلدویچ در معادلهٔ (۲٤) آمده است.

$$Ze=\frac{E(T_f-T_u)}{R{T_f}^2} \qquad (۲٤)$$

ناحیهٔ پیش گرمایش-تبخیر. وقتی که عدد زلدویچ به‌سمت بی‌نهایت میل کند ($Ze\to\infty$) واکنش شیمیایی بین سوخت گازی و اکسیدکننده در این ناحیه ($Z<Z^*$)، قابل چشم‌پوشی می‌باشد، ($\omega=0$) که Z^* محل تشکیل شعله می‌باشد. بنابراین معادلهٔ اول در معادلات (۲۳) به‌صورت زیر خواهد بود:

$$-2z\frac{d\theta^0}{dz}=\frac{d^2\theta^0}{dz^2} \qquad (۲۵)$$

$$\begin{cases}\theta^0=1 & at\quad z=z^*\\ \theta^0=0 & at\quad z\to-\infty\end{cases} \qquad (۲٦)$$

با حل معادلهٔ (۲۵) و اعمال شرایط مرزی (۲٦) معادلهٔ توزیع دما در ناحیهٔ پیش‌گرمایش به‌شکل زیر خواهد بود:

$$\theta^0=\frac{erf(z)+1}{erf(z^*)+1} \qquad (۲۷)$$

حال معادلهٔ (۲۷) را درون سومین معادله از معادلات (۲۳) قرار می‌دهیم، در نتیجه:

$$\int {y_s}^{-\frac{2}{3}}dy_s=\frac{\gamma}{2(erf(z^*)+1)^n}\int\frac{(erf(z)+1)^n}{z}dz \qquad (۲۸)$$

خواهد بود که با فرض توان $n=1.33$، [10] عبارت درون انتگرال بر حسب z را می‌توان با دقت بیش از ۹۵٪ با تابع زیر در بازهٔ ۰.۰۱- تا $-\infty$ تخمین زد:

$$\frac{(erf(z)+1)^{1.33}}{z}=-39.7e^{25.59z}-9.017e^{4.997z} \qquad (۲۹)$$

با توجه به شرایط مرزی زیر:

$$z\to-\infty \quad\to\quad y_s=\alpha=\frac{Y_{Fu}}{Y_{Fc}}$$

و با جای‌گذاری معادلهٔ (۲۹) درون معادلهٔ (۲۸) و انتگرال‌گیری از معادلهٔ (۲۸) رابطهٔ (۳۰) به‌دست می‌آید:

$$y_s=-\beta\left(1.8045e^{4.997z}+1.1514e^{25.59z}-\alpha^{\frac{1}{3}}\right),\quad z\le z^* \text{ در} \qquad (۳۰)$$

که در معادلهٔ (۳۰)، β برابر است با:

$$\beta=\frac{\gamma}{6(erf(z^*)+1)^{1.33}} \qquad (۳۱)$$

با قرار دادن معادلات (۳۰ و ۲۷) درون دومین معادله از معادلات (۲۳)، می‌توان به حل آن پرداخت:

$$\frac{d^2y_F}{dz^2}+2z\frac{dy_F}{dz}=\frac{-\gamma}{2\left(erf\left(z^*\right)+1\right)^n}\left(\left[\left(erf\left(z\right)+1\right)^n\right]\left[\beta^2\left(1.8045e^{4.997z}+1.1514e^{25.59z}\right)-\alpha^{\frac{1}{3}}\right]^2\right) \qquad (۳۲)$$

$$\begin{cases}\dfrac{dy_F}{dz}=y_F & at\quad z=-\infty\\ y_F=y_{Ff} & at\quad z=z^*\end{cases} \qquad (۳۳)$$

ناحیه جابه‌جایی (پس از واکنش). در ناحیهٔ جابه‌جایی که در پایین‌دست ناحیهٔ واکنش قرار دارد، ترم نفوذ در معادلات بقا در مرتبه‌ای پایین‌تر از ترم جابه‌جایی، واکنش و تبخیر در معادلات (۲۳) فرض شده‌است. ساختار این ناحیه با مختصات قراردادی:

$$\zeta = \epsilon z \tag{۳۴}$$

که درآن ϵ کمیتی بسیار کوچک است. در نتیجه از معادلات (۲۳) و با اعمال معادلهٔ (۳۴) و با توجه به این‌که ترم نفوذ از مرتبه‌ای پایین می‌باشد، برای ناحیه $z = z^{*+}$ داریم:

$$\frac{d\theta^0}{d\zeta} = O(\epsilon^2) \tag{۳۵}$$

$$\frac{d\theta^0}{dz} = O(\epsilon) \tag{۳۶}$$

$$\frac{dy_F}{dz} = O(\epsilon) \tag{۳۷}$$

قابل ذکراست که ناحیهٔ z^{*+}، فاصلهٔ بین ناحیهٔ جابه‌جایی و واکنش می‌باشد.

ناحیهٔ واکنش. در ناحیه واکنش فرض می‌شود که ترم‌های جابه‌جایی و تبخیر نسبت به ترم‌های نفوذ و واکنش کوچک می‌باشند. به‌دلیل این‌که در تحلیل محدودیت‌های ابتدایی، سوخت محدود کنندهٔ واکنش خواهد بود و اکسیژن کافی در دسترس می‌باشد، نرخ واکنش w_F ظاهر شده در معادلات (۵ و ٤) را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$w_f = v_F W_F k C_F \tag{۳۸}$$

که در آن C_F و W_F به‌ترتیب غلظت مولی و وزن ملکولی سوخت می‌باشند. حال کمیات زیر تعریف می‌گردند:

$$z - z^* = \epsilon\, \eta \tag{۳۹}$$

$$y_F = \epsilon(b + y) \tag{٤۰}$$

$$\theta^0 = 1 - \epsilon t \tag{٤۱}$$

$$b = \frac{y_F}{\epsilon}, \qquad \epsilon = \frac{1}{Ze} \tag{٤۲}$$

در روابط فوق، ϵ پارامتر انبساطی می‌باشد که بسیار کوچک فرض شده است. قابل ذکر است که کمیات b و t از مرتبهٔ واحد فرض شده‌اند. با فرض:

$$k = Be^{\frac{-E}{RT}} \tag{٤۳}$$

و با قرار دادن بسط‌های (٤۱-۳۹) درون معادلهٔ اول از معادلات (۲۳)، با استفاده از معادلات (۳۸ و ۱۵-۱۳) در حد $\epsilon \to 0$ و با توجه به این‌که کمیت Λ به‌صورت زیر و از مرتبهٔ یک فرض شده است:

$$\Lambda = \frac{v_F B \epsilon^2}{a} e^{\frac{-E}{RT_f}} \tag{٤٤}$$

و با استفاده از روابط (۱۲) خواهیم داشت:

$$\frac{d^2 t}{d\eta^2} = \Lambda(b + y)e^{-t} \tag{٤۵}$$

$$\frac{d^2(t - y)}{d\eta^2} = 0 \tag{٤٦}$$

از معادلهٔ (٤٦) و با اعمال شرایط مرزی (٤۷):

$$\eta \to \infty \begin{cases} \frac{dy}{d\eta} = 0, & y = 0 \\ \frac{dt}{d\eta} = 0, & t = 0 \end{cases} \tag{٤۷}$$

رابطهٔ (٤۸) حاصل می‌گردد:

$$t = y \tag{٤۸}$$

شرایط مرزی در بی‌نهایت منفی را می‌توان با استفاده از معادلهٔ (۲٦) به‌دست آورد:

$$\left.\frac{dt}{d\eta}\right|_{\eta\to-\infty} = -\frac{2}{\sqrt{\pi}}\frac{e^{-z^{*2}}}{erf(z^*)+1} = -M \qquad (٤٩)$$

حال به‌سادگی با انتگرال‌گیری از معادلهٔ (٤٥) و اعمال شرایط مرزی جواب زیر حاصل خواهد شد:

$$2\Lambda(b+1) = M^2 \qquad (٥٠)$$

تعیین مکان شعله

با قرار دادن معادلهٔ (٥٠) درون معادلهٔ (٤٤) می‌توان محل شعله را تعیین کرد:

$$M = \sqrt{\frac{2(1+b)v_F B\epsilon^2}{a}e^{\frac{-E}{2RT_f}}} \qquad (٥١)$$

اگر مقادیر b و T_f معلوم باشند، به‌کمک معادلهٔ (٥١) می‌توان مکان شعلهٔ z^* را محاسبه کرد. برای محاسبهٔ این کمیات تحلیل ساختار ناحیهٔ جابه‌جایی ضروری است. برای مقادیر به اندازهٔ‌کافی بزرگ T_f قابل قبول است که $y_{Ff} = 0$ باشد که مستلزم $b = 0$ است. مقدار T_f می‌تواند توسط قرار دادن گرادیان y_F و θ^0 برای تعیین شرایط جهش زیر در ناحیه واکنش، محاسبه گردد:

$$\left[\frac{d\theta^0}{dz}\right]_{z^{*+}} + \left[\frac{dy_F}{dz}\right]_{z^{*+}} = \left[\frac{d\theta^0}{dz}\right]_{z^{*-}} + \left[\frac{dy_F}{dz}\right]_{z^{*-}} \qquad (٥٢)$$

با قرار دادن معادلهٔ (٢٧) و حل (٣٢) درون (٥٢) و با استفاده از $y_{Ff} = 0$ و فرض این‌که گرادیان‌ها در z^{*+} از مرتبهٔ ϵ هستند، در نتیجه:

$$\left[\frac{d\theta^0}{dz}\right]_{z^{*+}} \approx 0\,, \qquad \left[\frac{dy_F}{dz}\right]_{z^{*+}} \approx 0 \qquad (٥٣)$$

$$\left[\frac{d\theta^0}{dz}\right]_{z^{*-}} = M \qquad (٥٤)$$

خواهد بود و در این معادلهٔ به‌دست آمده M باید برابر با حل حاصل از تبدیل معادلهٔ (٣٠) به معادلهٔ درجهٔ یک و سپس حل آن باشد. از این معادله می‌توان کمک گرفت و تغییرات z^*، T_f و a را به‌صورت هم‌زمان بررسی کرد. برای مقادیر داده شده r_u و n_u کمیت زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$Y_{Fu} = \frac{4\pi r_u^2 n_u \rho_s}{3\rho_u} \qquad (٥٥)$$

اگر سینتیک تبخیر و سوخت گازی تولید شده توسط ذرات معلوم باشد، کمیات A و n قابل توصیف می‌باشند. وقتی که سینتیک اکسید شدن سوخت گازی مشخص باشد، پارامترهای کلی نرخ سینتیک شیمیایی B و E، ضریب استوکیومتری v_f و گرمای آزاد شده بر واحد جرمی سوخت مصرفی Q قابل تعریف می‌باشد.

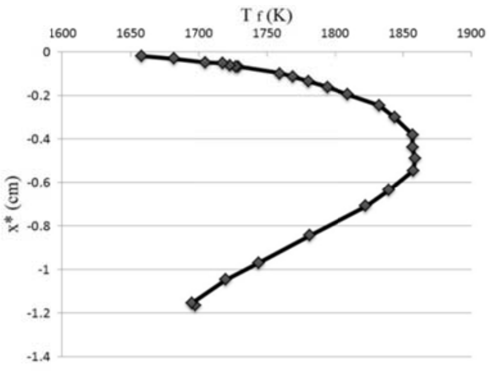
ارزیابی نتایج

در این بررسی فرض شده است که ابر ذرات فرار سوخت در گاز اکسید کننده به‌صورت یکنواخت توزیع شده است. برای اهداف نشان داده شده فرض بر این است که گازهای موجود در سوخت که از ذرات سوخت خارج می‌شوند، متان می‌باشند [13]. به‌علت آن که در ابتدا فرض شده بود که سرعت واکنش شیمیایی در ناحیه واکنش توسط غلظت سوخت گازی محدود می‌شود، پارامترهای کلی نرخ سینتیک شیمیایی، $E = 23\ kcal/mole$ و $B = 3.5E61/mol.s$ انتخاب شده‌اند و در معادله (٥١)، $b = 0$ فرض شده است. نرخ پارامترهای مشخصهٔ سینتیک تبخیر ذرات سوخت، $A = 3.4E-6\ (g)_F/[(cm^2)_s K\,s]$ و $n = 1.33$، برای محاسبهٔ نرخ تبخیر از معادله (١٠)، انتخاب شده‌اند [10]. در محاسبات $\lambda_u = 3.5E-4\ {}^{cal}/_{cm.s.K}$، $\rho_u = 1.135E-3\ {}^{g}/_{cm^3}$، $\rho_s = 1.0\ {}^{g}/_{cm^3}$ و $T_u = 300\ K$

$q = 0.01$، انتخاب شده است و سایر خواص، عبارتند از [10]:

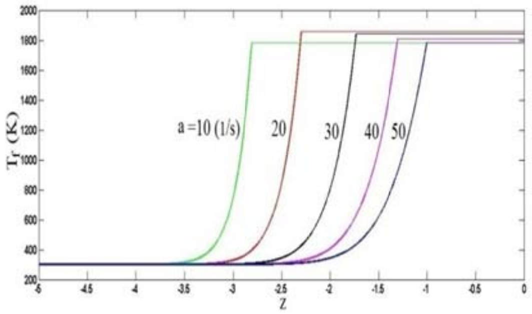
$r_u = 20\ \mu m$، $n_u = 3900\ m^{-3}$، $C = 0.34\ {}^{cal}/_{g\,K}$.

شکل (۳) که از حل معادلات (٥٤، ٥١، ٥٠) به‌صورت هم‌زمان در بازهٔ صفر تا منفی بی‌نهایت به‌دست آمده است، نحوهٔ تأثیر مکان شعله (نرخ کرنش) بر روی دمای شعله را در یک جریان متقابل ابر ذرات نشان می‌دهد. همان‌گونه که از شکل (٤) مشاهده می‌گردد، با افزایش نرخ کرنش شعله به مبدأ نزدیک می‌گردد و با کاهش آن شعله از مبدأ دور می‌شود و دمای آن با سرعت زیاد کاهش می‌یابد. ماکزیمم دمای شعله در حدود $x^* = -0.488842\ cm$، ($a = 20\ Sec^{-1}$) رخ خواهد داد و پس از آن دوباره دمای شعله نزول خواهد کرد.



شکل ۳ نمودار تغییرات T_f برحسب تغییرات x^* برای احتراق جریان متقابل ابر ذرات

شکل (٤) تغییرات پروفیل دما را بر حسب عدد بی‌بعد z که در معادلهٔ (۱۲) تعریف شده است برای نرخ کرنش‌های مختلف نشان می‌دهد. همان‌گونه که ملاحظه می‌گردد با کاهش نرخ کرنش بازهٔ تغییرات دما کوچک‌تر و نمودار آن در قسمت تغییرات شدید دمایی به خط عمودی نزدیک‌تر خواهد شد. با افزایش نرخ کرنش تا حدود $a = 20\ Sec^{-1}$ همواره دمای شعله افزایش می‌یابد اما برای مقادیر بزرگ‌تر از ۲۰ با افزایش نرخ کرنش دمای شعله کاهش خواهد داشت که شبیه این مسأله در نتایج حل عددی احتراق جریان متقابل سوخت گازی مشاهده شده است [15].



شکل ٤ پروفیل تغییرات دما بر حسب پارامتر بی‌بعد فاصلهٔ z برای نرخ کرنش‌های مختلف

نتیجه‌گیری

در این مقاله، احتراق جریان متقابل برای مخلوط ذرات ارگانیک و هوا به‌صورتی کاملاً بدیع مورد بررسی گرفت. فرض متغییر بودن پروفیل سرعت و ذره ارگانیک بودن سوخت همواره سبب افزایش پیچیدگی معادلات احتراقی و مدل‌سازی ریاضی برای حل آن‌ها خواهد شد. انطباق صورت گرفته برای حل معادلات در ناحیهٔ احتراق و استفاده از روش انبساط (Expansion Method) در این ناحیهٔ نازک که روش جدیدی برای حل معادلات احتراقی جریان متقابل ذرات می‌باشد، می‌تواند مبنایی برای توسعهٔ روش‌های تحلیلی در احتراق جریان متقابل باشد. با توجه به کمبود تحقیق در مورد احتراق جریان متقابل مخلوط ذرات ارگانیک و هوا به‌کمک مدل‌سازی صورت گرفته و با استفاده از نتایج حاصل می‌توان به شناخت دقیق‌تری در ارتباط با نحوهٔ تأثیرگذاری مکان شعله و نرخ کرنش بر دمای آن رسید که این مسأله می‌تواند در طراحی مشعل‌های متقابل و حتی در مورد فاصلهٔ مشعل‌ها از دیواره در حالت آدیاباتیک نیز مفید باشد.

این پژوهش نشان می‌دهد که همواره با نزدیک‌تر کردن فاصله شعله‌ها نمی‌توان افزایش دما را انتظار داشت و افزایش نرخ کرنش نیز همواره افزایش دما را نتیجه نمی‌دهد. با توجه به نتایج به‌دست آمده، در طراحی مشعل‌ها می‌توان مکان شعله را در جایی قرار داد که میزان دما بیشترین مقدار خود را داشته باشد که این مکان براساس فرضیه‌های صورت گرفته برای احتراق جریان متقابل ذرات لایکوپدیوم معادل با نرخ کرنش $20\ Sec^{-1}$ می‌باشد. در این بررسی از کلیهٔ اتلاف‌های حرارتی صرف‌نظر شده‌است، در نتیجه در ناحیه پس از واکنش پروفیل تغییر دما تخت و برابر با دمای آدیاباتیک می‌باشد. قابل ذکر است که این مدل را می‌توان با در نظر گرفتن میزان تلفات و یا بزرگ در نظر گرفتن انرژی تبخیر سوخت توسعه داد.

فهرست علائم

x	فاصله، cm
u	سرعت، cm/sec
$d = 2r$	قطر، μm
k	نرخ ثابت واکنش در فاز گازی
T	دما، K
C	ظرفیت حرارتی مخلوط، cal/g.K
ρ	چگالی، g/cm^3
n	تعداد ذرات بر واحد حجم، $1/cm^3$
D	ضریب نفوذ، m^2/s
a	نرخ کرنش، 1/s
A	پارامترمشخصه نرخ تبخیر ذرات سوخت (معادلهٔ ۱۰)
Q	حرارت‌آزاد شده برواحد جرم سوخت گازی مفروض
W	وزن ملکولی
Ze	عدد زلدویچ (معادله ۴۲)
E	انرژی مشخصه فعال سازی واکنش در فاز گازی
z	متغیر مستقل معادل (معادلهٔ ۱۲)

علائم یونانی

μ	لزجت، pa.sec
λ	هدایت گرمایی
θ	تعریف شده در معادلهٔ (۱۲)
ω	تعریف شده در معادلهٔ (۱۳)

زیرنویس

p	ذرهٔ جامد
f	خاصیت وابسته به شعله
F	خواص مربوط به سوخت

مراجع

1. Buckmaster, J.D., "The effects of radiation on stretched flames", *Combust. Theory Model.*, Vol. 1, pp. 1–11, (1997).
2. Ju, Y., "Flame bifurcations and flammable regions of radiative counterflow premixed flames with general Lewis numbers", *Combust. Flame*, Vol.113, pp. 603–614, (1998).
3. Guo, H., Ju, Y., Maruta, K., Niioka, T. and Liu, F., "Radiation extinction limit of counterflow premixed lean methane–air flames", *Combust. Flame*, Vol. 109, pp. 639–646, (1997).
4. Ju, Y., Xue, Y., "Extinction and flame bifurcations of stretched dimethyl ether premixed flames", *Proc. Combust. Inst.*, Vol. 30, pp. 295–301, (2005).

5. Ju, Y., Liu, F. and Guo, H., "Effects of the Lewis number and radiative heat-loss on the bifurcation and extinction of CH4/O2-N2-He flames", *J. Fluid Mechan.*, Vol. 379, pp. 165–190, (1999).
6. Liu, J.B. and Ronney, P.D., "Premixed edge-flames in spatially varying straining flows", *Combust. Sci. Technol.*, Vol. 144, pp. 21–46, (1999).
7. Daou, J., Matalon, M. and Li˜n´an, A., "Premixed edge flames under transverse enthalpy gradients", *Combust. Flame*, Vol. 121, pp. 107–121, (2000).
8. Daou, J. and Li˜n´an, A., "Ignition and extinction fronts in counterflowing premixed reactive gases", *Combust. Flame*, Vol. 118, pp. 479–488, (1999).
9. Daou, R., Daou, J. and Dold, J., "Effect of heat-loss on flame-edges in a premixed counterflow", *combust. Theory Model.*, Vol. 7, pp. 221-242, (2003).
10. Seshadri, K., Berlad, A. and Vtangirala, L., "The Structure of Premixed Particle-Cloud Flames", *Combustion and Flame*, Vol. 89, pp. 333-342, (1992).
11. Han, O., Yashima, S., Matsuda, M., Matsui, T., Miyake, H. and Ogawa, A.T., "Behavior of flame propagating through lycopodium dust clouds in a vertical duct", *J. Loss Prev. Process Ind.*, Vol. 13 (6), pp. 449–457, (2000).
12. Han, O., Yashima, S., Matsuda, M., Matsui, T., Miyake, H. and Ogawa, A.T., "A study of flame propagation mechanisms in lycopodium dust clouds based on dust particles' behavior", *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, Vol. 14, pp. 153–160, (2001).
13. Bidabadi, M. and Rahbari, A., "Modeling Combustion of Lycopodium Particles by Considering the Temperature Difference between the Gas and the Particles", *Combust. Explosion and Shock Waves*, Vol. 45, pp. 278–285, (2009).
14. Daou, J., "Strained premixed flames: Effect of heat-loss, preferential diffusion and reversibility of the reaction", *Combustion Theory and Modelling*, Vol. 15, pp. 437–454, (2011).
15. Cho, S.J. and Takita, K., "Numerical study of premixed twin edge flames in a counterflow field", *Combust. Flame*, Vol. 144, pp. 370–385, (2006).
16. Buckmaster, J., "Edge-flames", *Energy and Combustion Science,* 28, pp. 435–475, (2002).
17. Joulin, G. and Deshaies, B., "On radiation-affected flame propagation in gaseous mixtures seeded with inert particles", *Combust. Sci. Tech.*, Vol. 47, pp. 299-315, (1986).
18. Joulin, A. and Eudier, M., "The radiation-dominated propagation and extinction of slow,particle-laden gaseous flames", *Twenty-Second Symposium(International) on Combustion, The Combustion Institute, Pittsburgh*, pp. 1579-1585, (1988).
19. El-Mahallaway, F. and El-Din Habik, S., "*Fundamentals and Technology of Combustion*", First Edition, Elsevier, Elsevier Science Ltd, the Boulevard, Langford Lane Kidlington. Oxford OX5 IGB, UK, (2002).